

Programowanie I R, 1 seria projektów zaliczeniowych

Entropia czarnych dziur

Grzegorz Łach (gel@fuw.edu.pl)

W 2004 roku prof. Krzysztof Meissner (FUW) obliczył jaką entropię posiada czarna dziura jeśli opisujemy ją tzw. Pętlową Kwantową Grawitacją (ang. LQG — Loop Quantum Gravity): <https://arxiv.org/abs/gr-qc/0407052>. Choć stojąca za tym teoria jest bardzo skomplikowana to sprowadza ona problem do następującego problemu kombinatorycznego: Ile jest ciągów (skończonych, ale dowolnie długich) spełniających warunki:

- 0) elementy ciągu m_i są niezerowymi liczbami całkowitymi lub połówkowymi (są ze zbioru $(\mathbf{Z}/2) \setminus \{0\}$)
- 1) suma elementów ciągu jest równa 0
- 2) suma $\sqrt{|m_i|(|m_i| + 1)}$ jest mniejsza od zadanej liczby dodatniej a

Napisz program znajdujący liczbę wszystkich ciągów spełniających powyższe warunki. Wartość parametru a (zmiennoprzecinkowego) niech będzie podawana w linii poleceń. Proszę sprawdzić jaki wynik otrzyma się dla $a = 1, 2, \dots, n$ dla n równego przynajmniej 30. Łatwo napisać program zwracający poprawne wyniki dla małych wartości parametru a , natomiast celem jest napisanie programu który będzie działał także gdy liczba tych ciągów przekroczy 10^{12} . Proszę sprawdzić czy program zwraca poprawne wyniki dla przykładów podanych poniżej.

Przykłady:

$a=1$ — 0 możliwych ciągów

$a=2$ — 2 możliwe ciągi: $(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

$a=3$ — 4 możliwe ciągi: $(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (-1, +1), (+1, -1)$

$a=4$ — 18 możliwych ciągów:

$(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (-1, +1), (+1, -1), (-\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}), (+\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}), (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, +1),$
 $(-\frac{1}{2}, +1, -\frac{1}{2}), (+1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -1), (+\frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2}), (-1, +\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}),$
 $(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}), (+\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

$a=5$ — 104 możliwe ciągi