Technologie Informacyjne i Komunikacyjne R

Python — ćwiczenia

Cztery zajęcia po 2 godziny, zadania 1–32

Na podstawie zestawu zadań: Katarzyna Grzelak, Krzysztof Miernik, Michał Parniak (TIK-R 2023–2025)

Opracowanie: Michał Parniak (2026), `mparniak@fuw.edu.pl`

Każde zadanie zapisuj w osobnym pliku, np. `~/tikr/python/zad05.py`, i uruchamiaj w terminalu (`python3 zad05.py`) albo w VS Code. Krótkie próby rób w sesji interaktywnej. Zadania z gwiazdką są dodatkowe. Podane odpowiedzi służą do sprawdzenia się.

Dane do zadań pobierz raz, do katalogu z rozwiązaniami:

```
wget -O pliki_python.zip ADRES
unzip pliki_python.zip
```

gdzie `ADRES` to: `https://www.qodl.eu/documents/194/pliki_python.zip`.

Zajęcia 1: kalkulator, zmienne, `if`, pętle (zad. 1–8)

Zad. 1 Kalkulator

W sesji interaktywnej (`python3`) oblicz 2^{23}, $\sin(\pi/8)$, resztę z dzielenia 17 przez 3 i liczbę cyfr 3^{455}. Oblicz energię fotonu o długości fali 780 nm w elektronowoltach. Sprawdź i wyjaśnij: `7 // 2`, `-7 // 2`, `-4 ** 2`, `0.1 + 0.2 == 0.3`. *Odp.:* 218 cyfr; 1,59 eV

Wskazówka: `import math`; liczba cyfr to `len(str(liczba))`.

Zad. 2 Pierwszy program

Napisz program, który przywita użytkownika, powie, co robi, wczyta dwie liczby całkowite (`input`) i sprawdzi, czy pierwsza dzieli się bez reszty przez drugą. Jeśli nie, niech wypisze resztę.

Zad. 3 Największa z trzech

Napisz program, który wczyta trzy liczby i wypisze największą. Wolno użyć tylko dwóch instrukcji `if`, bez `elif`, `else`, `and`, `or` i bez funkcji `max`.

Zad. 4 Pętla `for`

Używając pętli `for`, oblicz sumę liczb od 1 do 100 oraz sumę kwadratów liczb od 5 do 10. *Odp.:* 5050; 355

Zad. 5 Równanie kwadratowe

Napisz program liczący pierwiastki równania $ax^2+bx+c=0$, który różnie reaguje na znak Δ. Sprawdź go dla $a=1$, $b=-0{,}2$, $c=0{,}01$ (jeden pierwiastek $x=0{,}1$). Wypisz Δ: dlaczego nie jest równa zero? Popraw program. *Odp.:* $\Delta \approx 6{,}9 \cdot 10^{-18}$

Wskazówka: `math.isclose(delta, 0, abs_tol=1e-12)`.

Zad. 6 Pętla `while`

Mamy 10^6 atomów w stanie wzbudzonym. Po każdym czasie połowicznego zaniku zostaje ich połowa. Ile takich okresów potrzeba, żeby został mniej niż jeden atom? *Odp.:* 20

Zad. 7 Seria Balmera

Energia przejścia $n \to 2$ w atomie wodoru to $E = R_y\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right)$, $R_y = 13{,}6057$ eV, a długość fali $\lambda\,[\text{nm}] = 1239{,}84/E\,[\text{eV}]$. Wypisz równą tabelkę dla $n = 3, \ldots, 7$ (wyrównane kolumny, f-string):

```
3 -> 2: E =  1.890 eV, lambda =  656.1 nm
4 -> 2: E =  2.551 eV, lambda =  486.0 nm
```

Zad. 8* Problem Collatza

Weź n. Jeśli parzyste, podziel przez 2; jeśli nieparzyste, weź $3n + 1$; powtarzaj aż do 1. Ile kroków potrzeba dla $n = 27$? Która liczba poniżej 1000 potrzebuje ich najwięcej? *Odp.:* 111; 871 (178 kroków)

Zajęcia 2: funkcje, listy, słowniki, pliki, wyjątki (zad. 9–16)

Zad. 9 Własny moduł

W pliku `atom.py` zdefiniuj funkcje `energia(n)` (energia poziomu wodoru, $-R_y/n^2$) i `dlugosc_fali(n1, n2)`. Wewnątrz funkcji nie może być `print`. Drugi plik niech zaimportuje moduł i wypisze długości fal przejść $3 \to 2$ i $2 \to 1$. *Odp.:* 656,1 nm; 121,5 nm

Zad. 10 Silnia

Napisz funkcję liczącą $n!$ (pamiętaj o $0! = 1$). Wypisz $n!$ dla $n = 0, \ldots, 20$ i przekieruj wynik do pliku: `python3 zad10.py > silnia.txt`. Sprawdź `math.factorial`.

Zad. 11 Liczby doskonałe

Liczba doskonała jest równa sumie swoich dzielników mniejszych od niej, np. $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$. Napisz funkcję `czy_doskonala(n)` zwracającą `True` lub `False` i znajdź trzy pierwsze takie liczby, zapisując je do listy. *Odp.:* 6, 28, 496

Zad. 12 Listy

a) Utwórz wyrażeniem listowym listę kwadratów liczb od 1 do 10. Wybierz element pierwszy, ostatni, elementy od trzeciego do piątego i trzy ostatnie w odwrotnej kolejności. Oblicz sumę parzystych kwadratów. *Odp.:* 220

b) Sito Eratostenesa: zacznij od listy liczb od 2 do 1000 i dla kolejnych p, takich że $p^2 \le 1000$, usuwaj wielokrotności p (`remove`). Ile zostało liczb? *Odp.:* 168

c) Wykonaj `a = [1, 2, 3]; b = a; b.append(4)` i obejrzyj `a`. Powtórz z `b = a.copy()`.

Zad. 13 Słowniki i JSON

Tak wygląda (w skrócie) jeden pomiar zapisany przez program sterujący oscyloskopem:

```
pomiar = {'freq': 100.0,
          'ch1': {'scale': 0.5, 'u': [0.1, 0.2, 0.3]},
          'ch2': {'scale': 1.0, 'u': [1.0, 1.1, 1.2]}}
```

Wypisz częstotliwość, drugie napięcie z kanału 1 i największe napięcie z kanału 2. Zapisz listę dwóch takich pomiarów do pliku `pomiar.json` (`json.dump`), obejrzyj plik w edytorze, wczytaj go i sprawdź, że dane są takie same.

Zad. 14 Czytanie pliku tekstowego

Plik `izotopy.txt` ma pola rozdzielone średnikami: symbol, liczba masowa, spin jądra, częstość nadsubtelna [GHz]. Wczytaj go do listy słowników, pomijając linię z komentarzem. Jeden wiersz jest uszkodzony: co się dzieje? Na razie pomiń go ręcznie, a w następnym zadaniu zrobimy to porządnie.

Zad. 15 Wyjątki

a) Użyj `try/except ValueError`, żeby program z zad. 14 sam pomijał uszkodzone wiersze i liczył, ile ich było. Wypisz trzy izotopy o największej częstości (`sorted(..., key=lambda i: i['czestosc'], reverse=True)`). *Odp.:* Cs-133, Rb-87, Rb-85

b) Napisz pętlę, która do listy dopisuje $1/n$ dla n z listy `[4, 2, 1, 0, 5]`. Użyj `try/finally`, by wyniki zapisać do pliku także wtedy, gdy program napotka błąd. Co jest w pliku?

Zad. 16* Rekurencja

Napisz rekurencyjną funkcję liczącą n-ty wyraz ciągu Fibonacciego i wypisz 10 pierwszych. Napisz funkcję `nwd(a, b)` (algorytm Euklidesa: dopóki $b > 0$, zastąp parę (a, b) parą $(b, a \bmod b)$). *Odp.:* $\mathrm{NWD}(1071, 462) = 21$

Zajęcia 3: NumPy, Matplotlib, liczby zespolone (zad. 17–25)

Zad. 17 Tablice

Używając `np.arange`, utwórz tablicę A parzystych liczb z przedziału $[1, 10]$ i tablicę B ujemnych parzystych z $[-10, -1]$. Oblicz iloczyn element po elemencie, iloczyn skalarny (`@`) i średnią A. *Odp.:* -140

Zad. 18 Szybkość i maski

a) Oblicz sumę kwadratów 10^6 punktów z $[0, 1]$ pętlą (`sum(v ** 2 for v in x)`) i przez `np.sum(x ** 2)`. Porównaj czasy (`time.perf_counter()`).

b) Dla `y = np.array([1.2, -0.5, 3.3, 0.0, -2.1, 4.8])` wybierz liczby dodatnie, policz je, a ujemne zamień na zera (`np.where`), wszystko bez pętli.

Zad. 19 Wczytywanie danych

Plik `zanik.dat` zawiera pomiar zaniku fluorescencji: czas [ns], liczbę zliczeń i jej niepewność. Wczytaj go (`np.loadtxt`). Ile jest punktów? Jaka jest średnia z kolumn 1 i 2? Po jakim czasie liczba zliczeń po raz pierwszy spada poniżej 100? *Odp.:* 51; 75,0; 926,9; 111 ns

Zad. 20 Rodzina krzywych

Narysuj na jednym wykresie krzywe Gaussa $10\,e^{-x^2/2s^2}$ dla s od 0,5 do 5,5 co 0,5 na przedziale $[-20, 20]$, liniami przerywanymi, z legendą.

Zad. 21 Wykres z niepewnościami

Narysuj dane z `zanik.dat` jako czerwone trójkąty z niepewnościami, z opisem osi, skalą logarytmiczną na osi y i legendą. Dodaj tekst $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$ (`ax.text`, napis `r"..."` ze wzorem w LaTeX-u). Zapisz rysunek do `zanik.pdf` i wstaw go do krótkiego dokumentu LaTeX.

Zad. 22 Dwa wykresy na jednym rysunku

Na górnym wykresie narysuj oscylacje Rabiego $P_e(t) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2+\Delta^2}\sin^2\!\left(\frac{1}{2}\sqrt{\Omega^2+\Delta^2}\,t\right)$ dla $\Omega = 1$, $\Delta = 0, 1, 2$, a na dolnym drgania tłumione $e^{-t/5}\cos t$, ze wspólną osią czasu (`sharex=True`).

Zad. 23 Liczby zespolone i filtr RC

a) Dla $z = 3 + 4i$ oblicz moduł, argument w stopniach, sprzężenie, $z \cdot i$ oraz $e^{i\pi}$. *Odp.:* 5; 53,13°

b) Funkcja przenoszenia filtru dolnoprzepustowego to $H(f) = 1/(1 + 2\pi i f RC)$. Dla $R = 1$ kΩ, $C = 690$ nF oblicz $f_c = 1/(2\pi RC)$ oraz $|H|$ i fazę przy f_c, a także $|H|$ przy $10f_c$ i $20\log_{10}|H|$ przy $100f_c$. *Odp.:* 230,7 Hz; 0,7071; −45°; 0,0995; −40 dB

c) Narysuj $|H(f)|$ (skala log–log) i fazę w stopniach (skala log na osi f) dla f od 1 Hz do 100 kHz, na dwóch wykresach jeden pod drugim. Punkty równomierne na skali logarytmicznej daje `np.geomspace`.

Zad. 24 Statystyka

a) Plik `fotony.txt` zawiera liczby fotonów w 2000 okienkach czasowych. Oblicz średnią i wariancję. Narysuj histogram (przedziały `np.arange(-0.5, 14.5)`). Czy to rozkład Poissona? *Odp.:* 4,18; 4,25

b) Wylosuj 1000 serii po 100 liczb z rozkładu normalnego $N(0,1)$ (`rng.normal(0, 1, (1000, 100))`). Oblicz średnią każdej serii (`axis=1`) i odchylenie standardowe tych średnich. Porównaj z $1/\sqrt{100}$.

Zad. 25* Monte Carlo

Oszacuj π, losując 10^6 punktów w kwadracie, jednym wyrażeniem NumPy, bez pętli.

Zajęcia 4: dopasowania i analiza danych (zad. 26–32)

Zad. 26 Czas życia stanu wzbudzonego

Dopasuj do danych z `zanik.dat` model $N(t) = N_0 e^{-t/\tau} + b$ (`curve_fit`, `sigma`, `absolute_sigma=True`). Wypisz parametry z niepewnościami. Narysuj dane z krzywą. Oblicz współczynnik korelacji N_0 i τ z macierzy kowariancji. *Odp.:* $\tau = 26{,}26 \pm 0{,}19$ ns; $\rho = -0{,}69$

Zad. 27 Dwie linie widmowe

Plik `widmo.dat` zawiera odstrojenie [MHz], sygnał i jego niepewność. Dopasuj sumę dwóch krzywych Gaussa i tła:

$$f(x) = a\,e^{-(x-m)^2/2s^2} + b\,e^{-(x-n)^2/2r^2} + h.$$

Dobierz punkt startowy, patrząc na wykres. Narysuj punkty z niepewnościami i krzywą, zapisz do `fit.pdf`. Wypisz parametry z opisem i niepewnościami. Oblicz odległość linii $n - m$ z niepewnością, pamiętając o kowariancji. *Odp.:* $m = -12{,}09 \pm 0{,}06$; $n = 15{,}10 \pm 0{,}11$; $n - m = 27{,}18 \pm 0{,}12$

Zad. 28 Jakość dopasowania

Dla zad. 27 oblicz χ^2/ndf i dodaj dolny wykres reszt $(y_i - f(x_i))/\sigma_i$. Dopasuj teraz model z **jedną** linią i porównaj χ^2/ndf. *Odp.:* 60,4/74 = 0,82; 55

Zad. 29 Histogram fotonów

Do histogramu z zad. 24 dopasuj rozkład Poissona z parametrami μ i N (`N * scipy.stats.poisson.pmf(k, mu)`). Niepewność liczby zliczeń w przedziale to $\sqrt{n_k}$. *Odp.:* $\mu = 4{,}16 \pm 0{,}05$

Wskazówka: `k, ile = np.unique(fotony, return_counts=True)`.

Zad. 30 Sinusoida za filtrem

To zadanie jest próbą generalną przed pomiarem w pracowni.

a) Wygeneruj 25 częstotliwości od 20 Hz do 5 kHz (`np.geomspace`). Dla każdej utwórz sygnał: 1200 próbek w czasie 3,3 okresu,

$$u(t) = A_0 |H(f)| \sin\bigl(2\pi f t + \arg H(f)\bigr) + \text{szum},$$

gdzie $A_0 = 2{,}5$ V, $H(f) = 1/(1 + if/f_c)$, $f_c = 230$ Hz, a szum ma $\sigma = 0{,}05$ V.

b) Dopasuj do każdego sygnału $a\sin(2\pi f t + \varphi) + b$, z nominalną częstotliwością. Dbaj o to, by $a > 0$ i by faza była w $(-\pi, \pi]$.

c) Dla jednej częstotliwości oblicz amplitudę metodą rzutu: `2 * np.mean(u * np.exp(-2j * np.pi * f * t))`, najpierw dla całego sygnału, potem tylko dla 3 pełnych okresów. Porównaj z wynikiem dopasowania. Która wartość się nie zgadza i dlaczego?

Zad. 31 Charakterystyka filtru

Z amplitud i faz z zad. 30 narysuj charakterystykę amplitudową i fazową. Dopasuj modele $A(f) = A_0/\sqrt{1 + (f/f_c)^2}$ oraz $\varphi(f) = -\arctan(f/f_c)$. Czy odzyskujesz $f_c = 230$ Hz z obu dopasowań?

Zad. 32* Pasmo ufności

Dla modelu z zad. 26 oblicz niepewność wartości krzywej $\sigma_f(t)^2 = \nabla f^T \Sigma \nabla f$, gdzie gradient liczymy po parametrach N_0, τ, b. Narysuj krzywą z pasmem $f \pm \sigma_f$ (`ax.fill_between`). *Odp.:* $\sigma_f(26\text{ ns}) = 9{,}2$