

Zadanie projektowe - dyfrakcja, efekt Talbota, i solitony przestrzenne

Michał Parniak (Wydział Fizyki UW, mparniak@fuw.edu.pl)

Zagadnienie

Naszym zadaniem jest symulacja propagacji wiązki optycznej w ośrodku nieliniowym. Zajmiemy się więc rozwiązaniem równania następującej postaci:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{1}{2} \Delta \psi - N^2 |\psi|^2 \psi \quad (1)$$

Równanie to nazywa się tradycyjnie nieliniowym równaniem Schrödingera, i opisuje również dyspersję światła w światłowodach nieliniowych, zachowanie kondensatu Bosego-Einsteina (jako wersja równania Grossa-Pitajewskiego) oraz inne efekty fizyczne.

Zadania

1 - Wiązka Gaussowska

W pierwszej kolejności założymy propagację liniową, tzn. $N = 0$. Zaimplementuj propagację wiązki Gaussowskiej, tzn. której profil poprzeczny jest zadany funkcją Gaussa typu $\exp(-(x^2 + y^2)/(2\sigma^2))$. Zadaaj wiązkę o małym promieniu σ i zaobserwuj jej dyfrakcję, czyli poszerzanie.

Następnie, zaimplementuj w tejże wiązce krzywy front falowy, tzn. dodatkowy czynnik multiplikacyjny postaci $\exp(ik(x^2 + y^2)/(2R))$, gdzie R jest promieniem krzywizny frontu falowego, a k wektorem falowym, który możemy przyjąć $k = 1$. Zaobserwuj, że w zależności od znaku R wiązka będzie się skupiać lub rozbiegać.

2 - Efekt Talbota

Kontynuując zagadnienie propagacji liniowej, zaobserwujmy [efekt Talbota](#). Zadaaj w wejściowej wiązce periodyczny wzór, np. postaci $\sin(\alpha x)^4 \sin(\alpha y)^4$ (zachęcam jednak do własnych wzorów!). Wzór ten będzie odtwarzał się, również periodycznie, na skutek dyfrakcji. W pierwszej kolejności wzór rozpada się, ale właśnie jego odtworzenie nazywamy efektem Talbota. Znajdź okres ζ po jakim wzór o okresie α odtwarza się.

2 - Solitony przestrzenne

Przejdźmy wreszcie do propagacji nieliniowej. Zaobserwujmy w pierwszej kolejności, że dla niewielkich wartości N zagadnienie prowadzi do jedynie niewielkich zmian. Następnie, sprawdźmy że dla dużych N , np. rzędu 10, obserwujemy zjawisko soczewki Kerra, tzn. wiązka skupia się mimo że nie zadaliśmy uprzednio krzywego frontu falowego jak w podpunkcie 1. Wreszcie, zaobserwujmy formację [solitonów](#) dla $N = 1$ oraz jednego wymiaru poprzecznego, tzn. z pominięciem y . Porównajmy wynik z rozwiązaniem analitycznym postaci $\text{sech}(x) \exp(iz/2)$.

Dla symulacji ponownie możesz założyć wejściową wiązkę Gaussowską jak w podpunkcie 1. Wiązka ta po pewnym czasie propagacji powinna ustalić się w formie solitonu. Możesz też zaobserwować, że wiązka zadana rozwiązaniem analitycznym będzie niezmiennicza na skutek propagacji.

Sposób wykonania

W ramach [Ćwiczeń 12](#) nauczyliśmy się rozwiązywać równania różniczkowe cząstkowe, w których mamy n poprzecznych wymiarów i jeden wymiar propagacyjny. Tutaj mamy podobną sytuację, tyle że propagujemy naszą wiązkę światła wzdłuż z , a wymiarami poprzecznymi są x i ewentualnie y . Do rozwiązania zadania proszę zaimplementować własną numerykę. Dobry pomysłem może być porównanie wyniku z gotowym pakietem do równań cząstkowych, np. [findiff](#), ale nie może to stanowić jedyne rozwiązanie. W szczególności polecam zaimplementować rozwiązanie [metodą split-step](#). Alternatywe metody rozwiązania to standardowe solvery typu [finite-difference](#). Przykład z ćwiczeń jest dostępny na [stronie](#) (ćw. 12) i stanowi implementację metody explicit. Dobrym pomysłem może być implementacja metody implicit albo Cranka–Nicolsona, gdzie w każdym kroku musimy rozwiązać układ równań liniowych. Proszę o zachowanie czujności wobec powstawania błędów numerycznych w symulacji!

Proszę przesyłać pytania i rozwiązania na mparniak@fuw.edu.pl. Proszę koniecznie o dołączanie również przykładowych wyników symulacji.